단국대학교 2020학년도 모의논술고사

자연계열 문제

수험번호	
성　　명	

[문제1] 다음 제시문을 읽고 질문에 답하시오. (55점)

<제시문>

(가) 서로 다른 n개에서 r개를 택하는 조합의 수는 $${}_n\mathrm{C}_r = \frac{n!}{r!(n-r)!} \quad (\text{단, } 0 \le r \le n)$$
(나) 서로 다른 n개에서 r개를 택하는 중복조합의 수는 $${}_n\mathrm{H}_r = {}_{n+r-1}\mathrm{C}_r$$
(다) 방정식 $$x_1 + x_2 + \cdots + x_n = r$$ 의 음이 아닌 정수해의 개수는 n개의 문자 $x_1, x_2, \cdots, x_n$에서 r개를 택하는 중복조합의 수와 같다.

단국회사는 최대 4가지 사업에 20억을 1억 단위로 투자하려고 한다.

[논제 1] 투자를 고려 중인 각 사업의 최소투자금액이 2억, 2억, 3억, 4억이라고 하자. 20억 전부를 4가지 사업 중 적어도 3가지 사업에 투자하는 모든 방법의 수를 구하시오. [15점]

[논제 2] 투자를 고려 중인 4가지 사업에 모두 투자하고, 각 사업의 최소투자금액이 각각 1억이라 하자. 20억 전부를 4가지 사업에 투자할 때, 투자금액이 k억인 사업이 4가지 사업 중 2가지인 투자방법의 개수를 $n(k)$라 할 때,

$$\sum_{k=1}^{9} n(k)$$

의 값을 구하시오. [20점]

[논제 3] $\sum_{k=6}^{20} {}_6\mathrm{H}_{20-k} = {}_a\mathrm{C}_{14}$ 를 만족시키는 자연수 a의 값을 구하시오. [20점]

[문제2] 다음 제시문을 읽고 질문에 답하시오. (45점)

<제시문>

(가) 함수 $f(x)$가 열린 구간 (a,b)에서 미분가능하고 이 구간에 속하는 임의의 x에 대하여 • $f'(x)>0$이면 $f(x)$는 그 구간에서 증가한다. • $f'(x)<0$이면 $f(x)$는 그 구간에서 감소한다.
(나) 함수 $f(x)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때 $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = x$
(다) 미분가능한 함수 $g(t)$에 대하여 $x=g(t)$로 놓으면 $\int f(x)dx = \int f(g(t))g'(t)dt$
(라) 두 함수 $f(x), g(x)$가 미분가능할 때, $\int f'(x)g(x)dx = f(x)g(x) - \int f(x)g'(x)dx$

실수 전체의 집합에서 연속인 이계도함수를 갖는 함수 $f(x)$와 $F(x) = \int_0^x f(t)\,dt$가 다음 조건을 만족시킨다.

(1) $f'(1) \geq f(1)$ (2) $x \geq 0$인 모든 실수 x에 대하여 $f(x) \geq 0$ (3) 모든 실수 x에 대하여 $f''(x) > 0$

[논제 1] 구간 $[1,2]$에서 정의된 함수

$$g(x) = \frac{a - F(x)}{x^2}$$

에 대하여 아래 조건을 만족시키는 실수 a의 최댓값이 $\int_0^2 f(x)dx - f(2)$와 같음을 설명하시오. [25점]

함수 $g(x)$는 구간 $(1,2)$에서 증가한다.

[논제 2] 함수 $h(x)$가

$$h'(x) = \frac{e^{2x}}{e^x+1} + f(x)$$

를 만족시킬 때, $h(x)$의 역함수 $k(x)$에 대하여

$$\int_0^2 e^t\{(F \circ k)(t) + e^{k(t)} - \ln(e^{k(t)}+1)\}dt$$

를 구하시오. (단, $h(0) = -1-\ln 2$) [20점]