

단국대학교 2017학년도 편입생 모집 필기고사

수학 문제지
(자연계열 ㉠형)



지원학부(과)	
수험번호	
성명	

수학 문제지 [자연계열] ㉠ 형 (문항별 5점)

1. 방정식 $x^2y^2 + xy = 2$ 에 대하여 $x = a, y = b$ 일 때 $y' = -2$ 이다. $2a^2 + b^2$ 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6

2. $\lim_{x \rightarrow 0^+} (2x+1)^{\cot 4x}$ 의 값은?

- ① 1 ② \sqrt{e} ③ e ④ e^2

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k n^2}{n^4 + k^4}$ 의 값은?

- ① $\frac{\pi}{10}$ ② $\frac{\pi}{9}$ ③ $\frac{\pi}{8}$ ④ $\frac{\pi}{7}$

4. $\int_{4a^2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x}(x-a^2)} dx = 1$ 일 때, a 의 값은? (단, $a > 0$)

- ① $\ln 3$ ② $\ln 4$ ③ $\ln 5$ ④ $\ln 6$

5. 극방정식 $r = 4\cos 2\theta$ 로 주어진 곡선으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

- ① 5π ② 6π ③ 7π ④ 8π

6. 곡면 $x^2 + 2y^2 - z^2 = 5$ 위의 점 (a, b, c) 에서의 접평면(tangent plane)의 방정식이 $x + 4y + 2z = d$ ($d > 0$)일 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9

7. 멱급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+1)}{(n+1) \times (-3)^n} (x-2)^n$ 이 수렴하게 되는 모든 정수 x 의 합은?

- ① 1 ② 5 ③ 10 ④ 15

8. 함수 $f(x) = \tan^{-1}(2x) + \ln(1-x)$ 의 매클로린 급수(Maclaurin series)가 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 일 때, a_5 의 값은?

(단, $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$)

- ① $\frac{31}{5}$ ② $\frac{33}{5}$ ③ 7 ④ $\frac{37}{5}$

9. 함수 $f(x) = \int_1^x \int_4^{t^2} \frac{t\sqrt{1+u^3}}{u^2} du dt$ 에 대하여 $f''(2)$ 의 값은?

- ① $\frac{\sqrt{65}}{5}$ ② $\frac{\sqrt{65}}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{65}}{3}$ ④ $\frac{\sqrt{65}}{2}$

10. 곡선 $\mathbf{r}(t) = \langle 2\cos t, 2\sin t, 3t \rangle$ 위의 점 $P\left(0, 2, \frac{3}{2}\pi\right)$ 에서 주단위법선벡터(principal unit normal vector)가 $\langle a, b, c \rangle$ 이고 곡률(curvature)이 κ 일 때, $a + b + c + \kappa$ 의 값은?

- ① $-\frac{24}{13}$ ② $-\frac{11}{13}$ ③ $\frac{2}{13}$ ④ $\frac{15}{13}$

11. 곡선 $C = \{(t, t^2, t^3) | 0 \leq t \leq 1\}$ 를 따라가며 힘 $\mathbf{F}(x, y, z) = e^x \mathbf{i} + xe^{xy} \mathbf{j} + xye^{xyz} \mathbf{k}$ 가 한 일?

- ① $\frac{13}{6}(e-1)$ ② $\frac{17}{6}(e-1)$
 ③ $\frac{13}{6}(e+1)$ ④ $\frac{17}{6}(e+1)$

12. 곡선 $C = \{(x, y, z) | (x-1)^2 + (y-3)^2 = 25, z=3\}$ 에 대하여 $\int_C -2y dx + 3x dy + 10z dz$ 의 값은?

- (단, C 의 방향은 원점에서 볼 때 시계방향이다.)
 ① -250π ② -125π ③ 125π ④ 250π

13. 입체 $\{(x, y, z) | x^2 + y^2 \leq 3, 0 \leq z \leq \sqrt{4-x^2-y^2}\}$ 의 경계곡면을 S 라 하자. S 의 방향이 바깥쪽을 향할 때, S 를 통과하는 벡터장 $\mathbf{F}(x, y, z) = y^3 \mathbf{i} + x^3 \mathbf{j} + z^3 \mathbf{k}$ 의 유량(flux)은?

- ① $\frac{61}{5}\pi$ ② $\frac{62}{5}\pi$ ③ $\frac{63}{5}\pi$ ④ $\frac{64}{5}\pi$

14. 실수체 \mathbb{R} 위의 벡터공간 $P_2 = \{a + bx + cx^2 | a, b, c \in \mathbb{R}\}$ 에 대하여 선형변환 $T: P_2 \rightarrow P_2$ 가 다음을 만족시킨다.

$$\begin{aligned} T(x - x^2) &= 1 + x \\ T(1 - x) &= x + x^2 \\ T(1 + x^2) &= 1 + x^2 \end{aligned}$$

$T(5 - 4x + 3x^2) = a + bx + cx^2$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10

15. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 8 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $AB = A^2 + 2A + E$ 를

만족시키는 행렬 B 의 모든 성분의 합은?
 (단, E 는 3×3 항등행렬이다.)

- ① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20

16. 실수성분을 갖는 모든 3×3 행렬의 벡터공간 $M_{3 \times 3}(\mathbb{R})$ 의 부분공간 $\{A | A = A^T\}$ 의 차원(dimension)은?
 (단, A^T 는 A 의 전치행렬(transpose matrix)이다.)

- ① 1 ② 3 ③ 6 ④ 9

17. 3×3 행렬 A 가 다음을 만족시킨다.

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad A \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad A \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

행렬 $A^2 - A + E$ 의 모든 고윳값(eigenvalue)의 합은?
 (단, E 는 3×3 항등행렬이다.)

- ① -3 ② 3 ③ 7 ④ 11

18. 함수 $f(t) = \int_0^t e^{\tau} \sin(t-\tau) d\tau$ 의 라플라스변환(Laplace transform)은?

- ① $\frac{1}{(s+1)(s^2-1)}$ ② $\frac{1}{(s-1)(s^2+1)}$
 ③ $\frac{1}{(s-1)(s^2-1)}$ ④ $\frac{1}{(s+1)(s^2+1)}$

19. $y = y(x)$ 가 미분방정식

$$x dy + (xy + 2y - 2e^{-x}) dx = 0, \quad y(1) = 2e^{-1}$$

의 해일 때, $y\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{\sqrt{e}}$ ② $\frac{3}{\sqrt{e}}$ ③ $\frac{5}{\sqrt{e}}$ ④ $\frac{7}{\sqrt{e}}$

20. $y = y(x)$ 가 미분방정식

$$y'' + y = \sec^3 x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = \frac{1}{2}$$

의 해일 때, $y\left(\frac{\pi}{4}\right)$ 의 값은?

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2