단국대학교 2022학년도 모의논술고사

자연계열 문제

전 형 명	논술우수자	모집단위	
수험번호		성　　명	

☑ 수험생 유의사항

1. 시험시간은 120분이며, 고사 종료시까지 퇴실할 수 없습니다. (중도퇴실할 경우 결시처리)
2. 문제번호와 답안번호가 반드시 일치하여야 합니다. (일치하지 않을 경우 0점 처리됨)
3. 문제별 답안작성란을 벗어나지 않게 작성하여야 합니다.
4. 답안 작성 시 인적사항 등 답안과 관련 없는 내용을 작성한 경우 0점처리 됩니다.
5. 답안은 반드시 **검정색 필기구**로 작성하시기 바랍니다.
   (연필, 샤프, 빨간색이나 파란색 필기구 사용금지)
6. 답안지는 교체가 불가하오니 원고지 교정부호 또는 수정테이프를 사용하여 수정하시기 바랍니다.
7. 연습지는 대학에서 제공하는 A4용지를 활용하시기 바랍니다.
8. 휴대폰 등 전자기기는 전원을 끄고 비닐백에 넣어 좌석 아래에 보관하시기 바랍니다. 고사 중에 벨소리, 진동, 알람 등의 소리가 울릴 경우 부정행위자로 간주하여 처리합니다.

※ 시험이 시작되기 전에는 표지를 넘기지 마십시오.

단국대학교
DANKOOK UNIVERSITY

[문제 1] 다음 제시문을 읽고 질문에 답하시오. (55점)

<제시문>

(가) 유리함수 $f(x)=\dfrac{k}{x-p}+q\ (k\neq 0)$의 점근선은 두 직선 $x=p, y=q$ 이다.
(나) 평균변화율의 극한값 $$\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$ 가 존재하면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 미분가능하다고 한다.
(다) 임의의 두 실수 a, b를 포함하는 구간에서 연속인 함수 $f(x)$의 한 부정적분 $F(x)$에 대하여 $F(b)-F(a)$를 함수 $f(x)$의 a에서 b까지의 정적분이라 하고 이것을 기호로 $\displaystyle\int_a^b f(x)dx$ 와 같이 나타낸다.

- 함수 $f(x)=\dfrac{x}{1-2x}$ 라 하자.
- 좌표평면에 원점 O와 네 점 $\mathrm{A}(1,1)$, $\mathrm{B}\left(1+\dfrac{\sqrt{3}}{2}, \dfrac{1}{2}\right)$, $\mathrm{C}\left(1+\dfrac{\sqrt{3}}{2}, \dfrac{3}{2}\right)$, $\mathrm{D}(1,0)$ 이 있다.
- 시각 $t\ (0\le t<\dfrac{1}{2})$에서 점 P의 위치는 아래와 같은 규칙에 따라 결정된다.

㉮ 시각 $t=0$에서 점 P의 위치는 점 A이다.
㉯ 점 P는 $\triangle\mathrm{ABC}$의 변을 따라 시계 반대 방향으로 움직인다.
㉰ 시각 $t=0$에서 시각 $t=t_0$까지 점 P가 $\triangle\mathrm{ABC}$의 변을 따라 움직인 거리는 $f(t_0)$이다.

- 시각 $t\ (0\le t<\dfrac{1}{2})$에서 $\triangle\mathrm{ODP}$의 넓이를 $g(t)$라 하자.

[논제 1] $\overline{\mathrm{AP}}=\dfrac{1}{2}$인 시각 t를 모두 구하시오. (단, $0\le t\le\dfrac{7}{15}$) (15점)

[논제 2] 다음 조건을 만족시키는 다항함수 $h(x)$에 대하여 $h(-1)$의 값을 구하시오. (20점)

(1) $h(x)$는 $x=a$와 $x=b\ (a<b)$에서 극값을 갖는다.
(2) 모든 실수 x에 대하여 $$\int_1^x h(t)dt=xh(x)-45x^4+44x^3-12x^2-4+\left(\frac{2}{ab}\right)^2\int_a^b(4-8t)g(t)dt$$

[논제 3] $0<t<\dfrac{4}{9}$에서 함수 $g(t)$가 미분가능하지 않은 t의 값을 모두 구하시오. (20점)

[문제 2] 다음 제시문을 읽고 질문에 답하시오. (45점)

<제시문>

(가) 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$에서 접하는 접선의 방정식은 $$y-f(a)=f'(a)(x-a)$$
(나) 미분가능한 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 극값을 가지면 $f'(a)=0$ 이다.
(다) 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(a)=0$일 때, $x=a$의 좌우에서 • $f'(x)$의 부호가 양에서 음으로 바뀌면 $f(x)$는 $x=a$에서 극대이고, • $f'(x)$의 부호가 음에서 양으로 바뀌면 $f(x)$는 $x=a$에서 극소이다.

실수 a에 대하여

$$f(x)=\frac{1}{1+e^{-x+a}}, \quad g(x)=\frac{1}{1+e^{x+a}}$$

라 하자.

[논제 1] 실수 t에 대하여, 점 $(t, 0)$을 지나고 곡선 $y=f(x)$에 접하는 직선의 개수를 $n(t)$라 하고 점 $(t, 0)$을 지나고 곡선 $y=g(x)$에 접하는 직선의 개수를 $m(t)$라 하자. 아래 조건을 만족시키는 실수 a의 범위를 구하시오. (20점)

모든 실수 t에 대하여 $n(t)+m(t)>0$

[논제 2] 아래 조건을 만족시키는 다항함수 $h(x)$를 모두 구하시오. (25점)

(1) 모든 실수 x에 대하여 $h'(x)(h''(x)-h''(0))\geq 0$ (2) 함수 $F(x)=h(x)-\ln f(x)$는 극값을 갖지 않는다.