

# 단국대학교 2021학년도 모의논술고사

## 자연계열 문제

전 형 명	논술우수자	모집단위	
수험번호		성 명	

### ☑ 수험생 유의사항

1. 시험시간은 120분이며, 고사 종료시까지 퇴실할 수 없습니다. (중도퇴실할 경우 결시처리)
2. 문제번호와 답안번호가 반드시 일치하여야 합니다. (일치하지 않을 경우 0점 처리됨)
3. 문제별 답안작성란을 벗어나지 않게 작성하여야 합니다.
4. 답안 작성 시 인적사항 등 답안과 관련 없는 내용을 작성한 경우 0점처리 됩니다.
5. 답안은 반드시 **검정색 필기구**로 작성하시기 바랍니다.  
(연필, 샤프, 빨간색이나 파란색 필기구 사용금지)
6. 답안지는 교체가 불가하오니 원고지 교정부호 또는 수정테이프를 사용하여 수정하시기 바랍니다.
7. 연습지는 대학에서 제공하는 A4용지를 활용하시기 바랍니다.
8. 휴대폰 등 전자기기는 전원을 끄고 비닐백에 넣어 좌석 아래에 보관하시기 바랍니다. 고사 중에 벨소리, 진동, 알람 등의 소리가 울릴 경우 부정행위자로 간주하여 처리합니다.

**※ 시험이 시작되기 전에는 표지를 넘기지 마십시오.**

[문제1] 다음 제시문을 읽고 질문에 답하시오. (55점)

<제시문>

(가) 다항식 $P(x)$ 를 다항식 $A(x)$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ , 나머지를 $R(x)$ 라고 하면 $P(x) = A(x)Q(x) + R(x)$
(나) 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 $x = a$ 에서 극값을 가지면 $f'(a) = 0$
(다) 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속인 함수 $f(x)$ 에 대하여 미분가능한 함수 $x = g(t)$ 의 도함수 $g'(t)$ 가 닫힌구간 $[\alpha, \beta]$ 에서 연속이고, $a = g(\alpha)$ , $b = g(\beta)$ 이면 $\int_a^b f(x)dx = \int_{\alpha}^{\beta} f(g(t))g'(t)dt$
(라) 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 미분가능하고 $f'(x), g'(x)$ 가 연속일 때, $\int_a^b f(x)g'(x)dx = \left[ f(x)g(x) \right]_a^b - \int_a^b f'(x)g(x)dx$

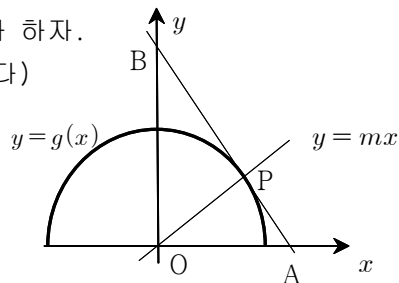
다항함수  $f(x)$ 와 함수  $g(x) = \sqrt{1-x^2}$ 에 대하여

(1)  $f(x)$ 를  $f'(x)$ 로 나누었을 때의 몫을  $Q(x)$ , 나머지를  $R(x)$ 라 하자.

(2) 양의 실수  $m$ 에 대하여, 직선  $y = mx$ 와 곡선  $y = g(x)$ 가 만나는 점을 P라고 하자.

점 P에서 곡선  $y = g(x)$ 에 접하는 직선이  $x$ 축과 만나는 점을 A,  $y$ 축과 만나는 점을 B라 할 때,

- 점 A의  $x$ 좌표의 값과 점 B의  $y$ 좌표의 값 중 크지 않은 값을 반지름의 길이로 하고 중심이 P인 원의 넓이를  $C(m)$ 이라 하자.
- 삼각형 OAB의 넓이를  $S(m)$ 이라 하자. (단, O는 원점이다)



[문제 1] 다항함수  $f(x)$ 가  $x = x_1, x = x_2, \dots, x = x_n$ 에서 극값을 가질 때,

점  $(x_1, f(x_1)), (x_2, f(x_2)), \dots, (x_n, f(x_n))$ 은 곡선  $y = R(x)$  위에 있음을 설명하시오. (15점)

[문제 2] 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여  $Q(x)$ 와  $R(x)$ 가

$$\frac{1}{\pi} \int_{1-t}^{1+t} C(m) dm = R(t) - \frac{1}{3Q(t)} - \frac{1}{3}(1-t)^3, \quad (0 < t < 1)$$

을 만족시킬 때,  $f(1)$ 의 값을 구하시오. (20점)

[문제 3]  $\int_1^2 m \ln(S(m)) dm - \int_1^2 \frac{\ln(S(m))}{m^3} dm$ 의 값을 구하시오. (20점)

[문제2] 다음 제시문을 읽고 질문에 답하십시오. (45점)

<제시문>

(가) 서로 다른  $n$ 개에서 순서를 생각하지 않고  $r$  ( $0 \leq r \leq n$ )개를 택하는 경우의 수  ${}_nC_r$ 은

$${}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

(나) 자연수  $n$ 과  $r$  ( $1 \leq r \leq n$ )에 대하여

$$r \times {}_nC_r = r \times \frac{n!}{r!(n-r)!} = n \times {}_{n-1}C_{r-1}$$

(다) 이산확률변수  $X$ 가 가지는 모든 값이  $x_1, x_2, \dots, x_n$ 이고  $X$ 가 이 값들을 가질 확률을 순서대로  $p_1, p_2, \dots, p_n$ 이라고 할 때,

$$\sum_{i=1}^n p_i = p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$$

을 만족시키고, 이때  $X$ 의 기댓값  $E(X)$ 는

$$E(X) = \sum_{i=1}^n x_i p_i = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n$$

1부터 50까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 50개의 공이 들어있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 10개의 공을 동시에 꺼내 공에 적힌 수를 확인하고 주머니에 넣은 뒤, 다시 10개의 공을 동시에 꺼낸다. 처음 꺼내 확인했던 10개의 공에 적힌 수와 나중에 꺼내 확인했던 10개의 공에 적힌 수 중에서 중복되는 수의 개수를 확률변수  $X$ 라 하자.

[문제 1]  $P(X=5) = a \times \frac{{}_9C_4 \times {}_{40}C_{35}}{{}_{50}C_{10}}$ 를 만족시키는 상수  $a$ 의 값을 구하십시오. (20점)

[문제 2] 기댓값  $E(X)$ 를 구하십시오. (25점)