단국대학교 2024학년도 모의논술고사

자연계열 문제

전 형 명	논술우수자	모집단위	
수험번호		성　　명	

☑ 수험생 유의사항

1. 시험시간은 120분이며, 고사 종료시까지 퇴실할 수 없습니다. (중도퇴실할 경우 결시처리)
2. 문제번호와 답안번호가 반드시 일치하여야 합니다. (일치하지 않을 경우 0점 처리됨)
3. 문제별 답안작성란을 벗어나지 않게 작성하여야 합니다.
4. 답안 작성 시 인적사항 등 답안과 관련 없는 내용을 작성한 경우 0점처리 됩니다.
5. 답안은 반드시 **검정색 필기구**로 작성하시기 바랍니다.
   (연필, 샤프, 빨간색이나 파란색 필기구 사용금지)
6. 답안지는 교체가 불가하오니 원고지 교정부호 또는 수정테이프를 사용하여 수정하시기 바랍니다.
7. 연습지는 대학에서 제공하는 A4용지를 활용하시기 바랍니다.
8. 휴대폰 등 전자기기는 전원을 끄고 비닐백에 넣어 좌석 아래에 보관하시기 바랍니다. 고사 중에 벨소리, 진동, 알람 등의 소리가 울릴 경우 부정행위자로 간주하여 처리합니다.

※ 시험이 시작되기 전에는 표지를 넘기지 마십시오.

단국대학교
DANKOOK UNIVERSITY

[문제 1] 다음 제시문을 읽고 질문에 답하시오. (55점)

<제시문>

(가) 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(a)=0$ 이고, $x=a$의 좌우에서 (i) $f'(x)$의 부호가 양에서 음으로 바뀌면 $f(x)$는 $x=a$에서 극대 (ii) $f'(x)$의 부호가 음에서 양으로 바뀌면 $f(x)$는 $x=a$에서 극소
(나) 미분가능한 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 극값을 가지면 $f'(a)=0$
(다) 함수 $f(x)$가 a, b를 포함하는 열린구간에서 연속이고, $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라 하면 $f(x)$의 a에서 b까지의 정적분은 $\int_a^b f(x)\,dx = \Big[\ F(x)\ \Big]_a^b = F(b)-F(a)$

- 최고차항의 계수가 1인 두 이차함수 $f(x)$와 $g(x)$는
  $f(3)=0$이고 모든 실수 x에 대하여 $f(x)g(x)\ge 0$을 만족시킨다.
  함수 $F(x)$와 $G(x)$를 $F(x)=f(x)g(x)$, $G(x)=e^{F(x)}$라 하자.

- 두 이차함수 $h(x)=-ax^2+b$와 $k(x)=ax^2-c$의 그래프의 교점을 $\mathrm{A}(\alpha, h(\alpha))$, $\mathrm{B}(\beta, h(\beta))$라 하자.
  (단, a, b, c는 자연수이고 $\alpha<\beta$)

[논제 1] 자연수 ℓ에 대하여 $g(0)=\ell$, $g'(0)=\dfrac{2}{3}\ell$일 때, 함수 $F(x)$의 극값이 모두 정수가 되도록 하는 ℓ의 개수를 구하시오. (15점)

[논제 2] 3보다 큰 상수 s에 대하여 두 곡선 $y=f(x)$와 $y=g(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

두 곡선 $y=f(x)$와 $y=g(x)$가 점 $(s, f(s))$에서 만나고 이 점에서의 접선이 서로 수직이다.

함수 $G(x)$가 $x=s$에서 극댓값을 가질 때, $G(s)$의 값을 구하시오. (20점)

[논제 3] $\alpha<t<\beta$인 실수 t에 대하여 직선 $x=-t$와 곡선 $y=h(x)$의 교점을 P라 하고, 직선 $x=t$와 곡선 $y=k(x)$의 교점을 Q라 할 때, 사각형 AQBP의 넓이를 $S(t)$라 하자. 두 함수 $h(x)$와 $k(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(1) $\displaystyle\int_{\frac{\alpha}{2}}^{\frac{\beta}{2}} S(t)\,dt = 22a^2\alpha\beta+33(b+c)$
(2) $h(4)>k(4)$

$\displaystyle\sum_{n=3}^{11} h(n)-\sum_{n=1}^{9} k(n)$의 값을 구하시오. (20점)

[문제 2] 다음 제시문을 읽고 질문에 답하시오. (45점)

<제시문>

(가) 함수 $f(x)$가 실수 a에 대하여 다음 조건을 모두 만족시킬 때,
함수 $f(x)$는 $x=a$에서 연속이라 한다.
(i) 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 정의되어 있다.
(ii) 극한값 $\lim_{x \to a} f(x)$가 존재한다.
(iii) $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$
함수 $f(x)$가 위의 세 조건 중에서 어느 하나라도 만족시키지 않으면 $f(x)$는 $x=a$에서 불연속이라 한다.

(나) 함수 $f(x)$에서 $x=a$를 포함하는 어떤 열린구간에 속하는 모든 x에 대하여
(i) $f(x) \le f(a)$일 때, 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 극대가 된다고 하고, $f(a)$를 극댓값이라 한다.
(ii) $f(x) \ge f(a)$일 때, 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 극소가 된다고 하고, $f(a)$를 극솟값이라 한다.

(다) 함수 $f(x)$가 a, b를 포함하는 열린구간에서 연속이고, $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라 하면 $f(x)$의 a에서 b까지의 정적분은

$$\int_a^b f(x)\,dx = \Big[\ F(x)\ \Big]_a^b = F(b) - F(a)$$

• 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 3mx + 5$라 하자. (단, m은 자연수)

[논제 1] $m=1$일 때, 함수 $g(x)$는

$$g(x) = \begin{cases} -\dfrac{1}{2}(x^3 - 9x + 10) & (x < 0) \\ f(x)\,e^x & (x \ge 0) \end{cases}$$

모든 실수 x에 대하여 함수 $g(x)g(x+k)$가 연속이 되도록 하는 실수 k의 값을 모두 구하시오. (20점)

[논제 2] 함수 $f(x)$는 $x=a$와 $x=b$에서 극값을 갖는다. (단, $-2 < a < -\dfrac{1}{2}$이고 $1 < b < 3$)
실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $h(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(1) $0 \le x \le 2$에서 $h(x) = 2f(x)$
(2) 모든 실수 x에 대하여 $h(-x) = h(x)$
(3) 모든 실수 x에 대하여 $h(x+4) = h(x)$

정적분 $\int_0^{33} h(x)\,dx$의 값을 구하시오. (25점)