단국대학교 2021학년도 수시모집 논술고사

자연계열 문제
(오전)

전 형 명	논술우수자	모집단위	
수험번호		성 명	

☑ 수험생 유의사항

1. 시험시간은 120분이며, 고사 종료시까지 퇴실할 수 없습니다. (중도퇴실할 경우 결시처리)
2. 문제번호와 답안번호가 반드시 일치하여야 합니다. (일치하지 않을 경우 0점 처리됨)
3. 문제별 답안작성란을 벗어나지 않게 작성하여야 합니다.
4. 답안 작성 시 인적사항 등 답안과 관련 없는 내용을 작성한 경우 0점처리 됩니다.
5. 답안은 반드시 **검정색 필기구**로 작성하시기 바랍니다.
   (연필, 샤프, 빨간색이나 파란색 필기구 사용금지)
6. 답안지는 교체가 불가하오니 원고지 교정부호 또는 수정테이프를 사용하여 수정하시기 바랍니다.
7. 연습지는 대학에서 제공하는 A4용지를 활용하시기 바랍니다.
8. 휴대폰 등 전자기기는 전원을 끄고 비닐백에 넣어 좌석 아래에 보관하시기 바랍니다. 고사 중에 벨소리, 진동, 알람 등의 소리가 울릴 경우 부정행위자로 간주하여 처리합니다.

※ 시험이 시작되기 전에는 표지를 넘기지 마십시오.

단국대학교 DANKOOK UNIVERSITY

[문제 1] 다음 제시문을 읽고 질문에 답하시오. (55점)

<제시문>

(가) 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 미분가능할 때, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\mathrm{P}(a, f(a))$에서의 접선의 방정식은

$$y-f(a)=f'(a)(x-a)$$

(나) 미분가능한 함수 $f(x)$가 $f'(a)=0$이고 $x=a$의 좌우에서

(1) $f'(x)$의 부호가 양에서 음으로 바뀌면 $f(x)$는 $x=a$에서 극대이고, 극댓값은 $f(a)$

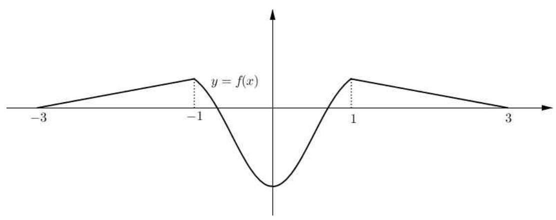
(2) $f'(x)$의 부호가 음에서 양으로 바뀌면 $f(x)$는 $x=a$에서 극소이고, 극솟값은 $f(a)$

(다) 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 미분가능하고 $f'(x)$, $g'(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때,

$$\int_a^b f(x)g'(x)\,dx = \Big[\, f(x)g(x)\,\Big]_a^b - \int_a^b f'(x)g(x)\,dx$$

함수 $f(x)$는

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{2e}(x+3) & (-3 \le x < -1) \\ (2x^2-1)e^{-x^2} & (-1 \le x < 1) \\ -\dfrac{1}{2e}(x-3) & (1 \le x \le 3) \end{cases}$$



$-3 \le a \le 3$에 대하여, 함수 $F(x)$는

$$F(x)=\int_a^x f(t)\,dt \qquad (-3 \le x \le 3)$$

[논제 1] $\int_0^1 f(t)dt$의 값을 구하시오. (15점)

[논제 2] $-3 \le x \le 3$에서 곡선 $y=F(x)$와 x축이 한 점에서 만나도록 하는 a의 값을 모두 구하시오. (20점)

[논제 3] $g(x)=x-x^2+|x-x^2|$에 대하여

$$h(x)=16\,g\left(\frac{x}{4}\right)+8\,g\left(\frac{x}{2}-2\right)$$

라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 실수 t의 값을 모두 구하시오. (20점)

> 각 t에 대하여, x에 대한 방정식
> $$th(x)=xh(t)$$
> 의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

[문제 2] 다음 제시문을 읽고 질문에 답하시오. (45점)

<제시문>

(가) n개 중에서 같은 것이 각각 a개, b개씩 있을 때, n개를 일렬로 나열하는 경우의 수는

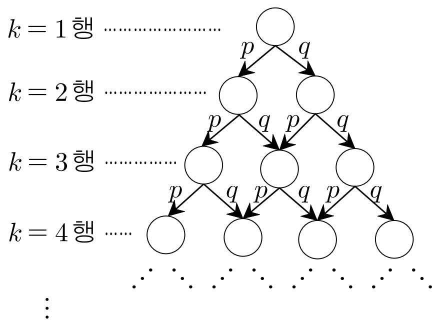
$$\frac{n!}{a!\,b!} \quad (\text{단, } n=a+b)$$

(나) 두 사건 A와 B가 서로 독립이기 위한 필요충분조건은

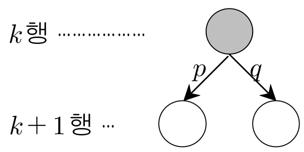
$$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B) \quad (\text{단, } \mathrm{P}(A)>0,\ \mathrm{P}(B)>0)$$

(다) 확률 $\mathrm{P}(X=x)$의 증감을 파악하기 위하여 확률의 비 또는 차를 이용할 수 있다.

[그림 1]과 같이 k번째 행에는 k개의 분기점이 있는 삼각형 모양의 배열이 있다. ($k=1, 2,\ \cdots, 101$)



[그림 1]



[그림 2]

공은 다음 규칙에 따라 아래로 이동한다.

(1) 공은 k번째 행에서 화살표 방향을 따라 바로 아래의 $k+1$번째 행의 가장 가까운 두 분기점 중 한 곳으로 이동한다 ([그림 2]).

(2) 각 분기점에서 공이 바로 아래 행의 왼쪽 분기점으로 이동할 확률 $p=\frac{1}{5}$이고,
바로 아래 행의 오른쪽 분기점으로 이동할 확률 $q=\frac{4}{5}$이다.

(3) 한 분기점에서 공의 이동 방향은 이전 분기점에서의 이동 방향에 영향을 받지 않는다.

공이 마지막으로 101번째 행에 도착하였을 때, 101번째 행의 분기점들에 왼쪽부터 차례로 $0, 1, 2, \cdots, 100$의 순번을 부여하였다. 공이 도착한 분기점의 번호를 확률변수 X라 하고, 공이 1행에서 출발하여 위의 규칙을 통하여 101번째 행의 x번 분기점에 도착할 확률을 $\mathrm{P}(X=x)$라 하자.

[논제 1] $\dfrac{\mathrm{P}(X=87)}{\mathrm{P}(X=88)}$을 구하시오. (20점)

[논제 2] $\mathrm{P}(X=x)$가 $x=a$에서 최댓값을 가질 때 a의 값을 구하시오. (25점)